



Name: \_\_\_\_\_

## Abiturprüfung 2017

### Mathematik, Grundkurs

---

### Prüfungsteil B: Aufgaben mit Hilfsmitteln

#### Aufgabenstellung:

In einem Produktionsprozess werden Flüssigkeiten erhitzt, eine Zeit lang bei konstanter Temperatur gehalten und anschließend wieder abgekühlt.

- a) Betrachtet wird zunächst ein Vorgang, bei dem der Temperaturverlauf durchgehend gesteuert wird. In der Tabelle sind Ergebnisse einer Temperaturmessung angegeben.

Zeit in Minuten	0	2	4	10	15	20	40	60	80
Temperatur in °C	23,0	54,0	76,9	76,8	77,3	76,8	37,9	26,0	23,2

Der Temperaturverlauf kann **während des Erhitzens** und **während des Abkühlens** mithilfe der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $f$  mit

$$f(t) = 23 + 20 \cdot t \cdot e^{-\frac{1}{10}t}$$

modellhaft beschrieben werden. Dabei ist  $t$  die seit Beginn des Vorgangs vergangene Zeit in Minuten und  $f(t)$  die Temperatur in °C.

- (1) *Geben Sie an, welche Temperaturen die Funktion  $f$  für den Beginn des Vorgangs und für den Zeitpunkt zwei Minuten nach diesem Beginn liefert.  
Bestimmen Sie jeweils die prozentuale Abweichung von den angegebenen Messwerten.*
- (2) *Zeigen Sie rechnerisch, dass der Graph von  $f$  genau einen Extrempunkt hat.  
Vergleichen Sie die zu diesem Punkt gehörende Temperatur mit den angegebenen Messwerten.*

[Zur Kontrolle:  $f'(t) = e^{-\frac{1}{10}t} \cdot (20 - 2 \cdot t)$ ]



Name: \_\_\_\_\_

- (3) *Beschreiben Sie den Verlauf des Graphen von  $f$  für große Werte von  $t$  und interpretieren Sie diesen Verlauf im Sachzusammenhang.*

Der Zeitabschnitt, in dem die Flüssigkeit im Produktionsprozess konstant bei  $77\text{ °C}$  gehalten wird, entspricht im Modell dem Intervall, in dem die Funktion  $f$  mindestens diese Temperatur liefert.

- (4) *Bestimmen Sie die Zeitpunkte, zu denen dieser Zeitabschnitt beginnt und endet. Stellen Sie den konstanten Temperaturverlauf in diesem Zeitabschnitt in Abbildung 1 dar.*

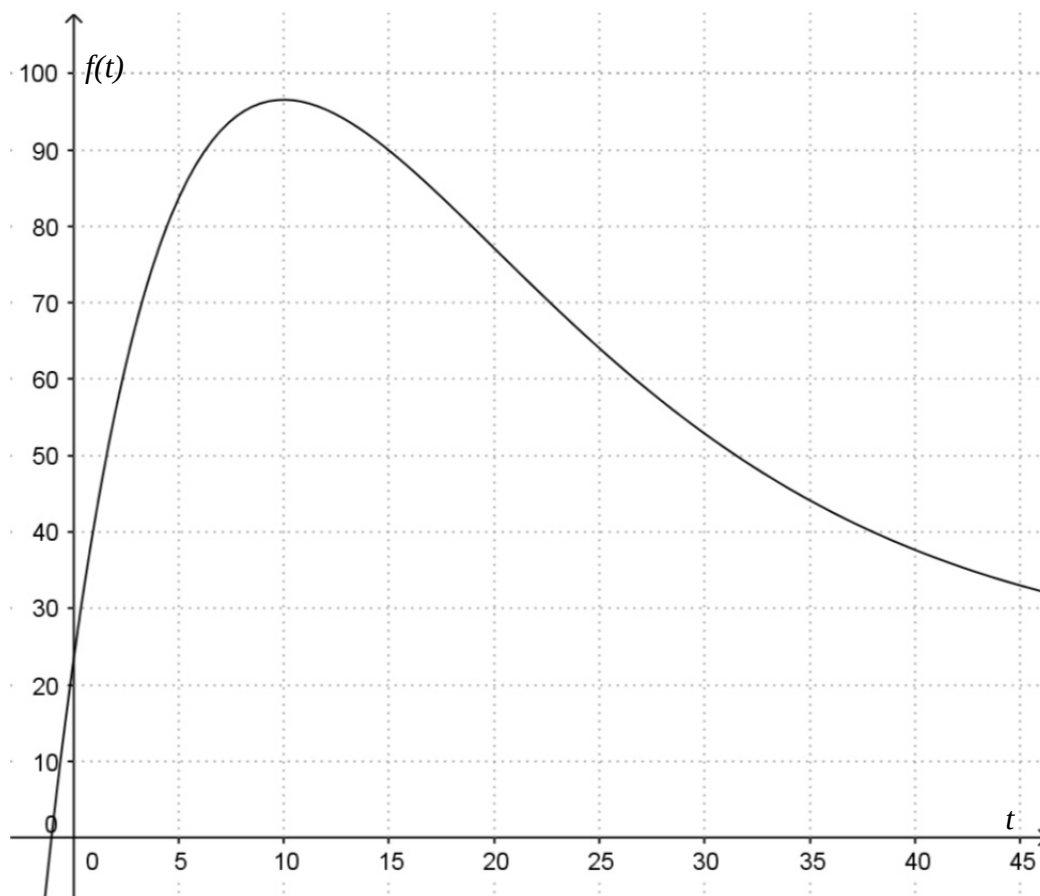


Abbildung 1



Name: \_\_\_\_\_

Die Steuerung des Prozesses kann so variiert werden, dass sich der Temperaturverlauf während des gesamten Vorgangs für  $t \geq 0$  durch eine der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktionen  $f_k$  mit  $f_k(t) = 23 + 20t \cdot e^{-\frac{1}{10}k \cdot t}$  mit  $k > 0$  beschreiben lässt. Dabei ist  $t$  die seit Beginn des Vorgangs vergangene Zeit in Minuten und  $f_k(t)$  die Temperatur in  $^{\circ}\text{C}$ .

- (5) Die in der *Abbildung 2* dargestellten Graphen A, B und C gehören jeweils zu einem der Werte  $k = 0,5$ ,  $k = 2$  und  $k = 5$ .

*Entscheiden Sie, welcher dieser Werte welchem Graphen zugeordnet werden kann.*

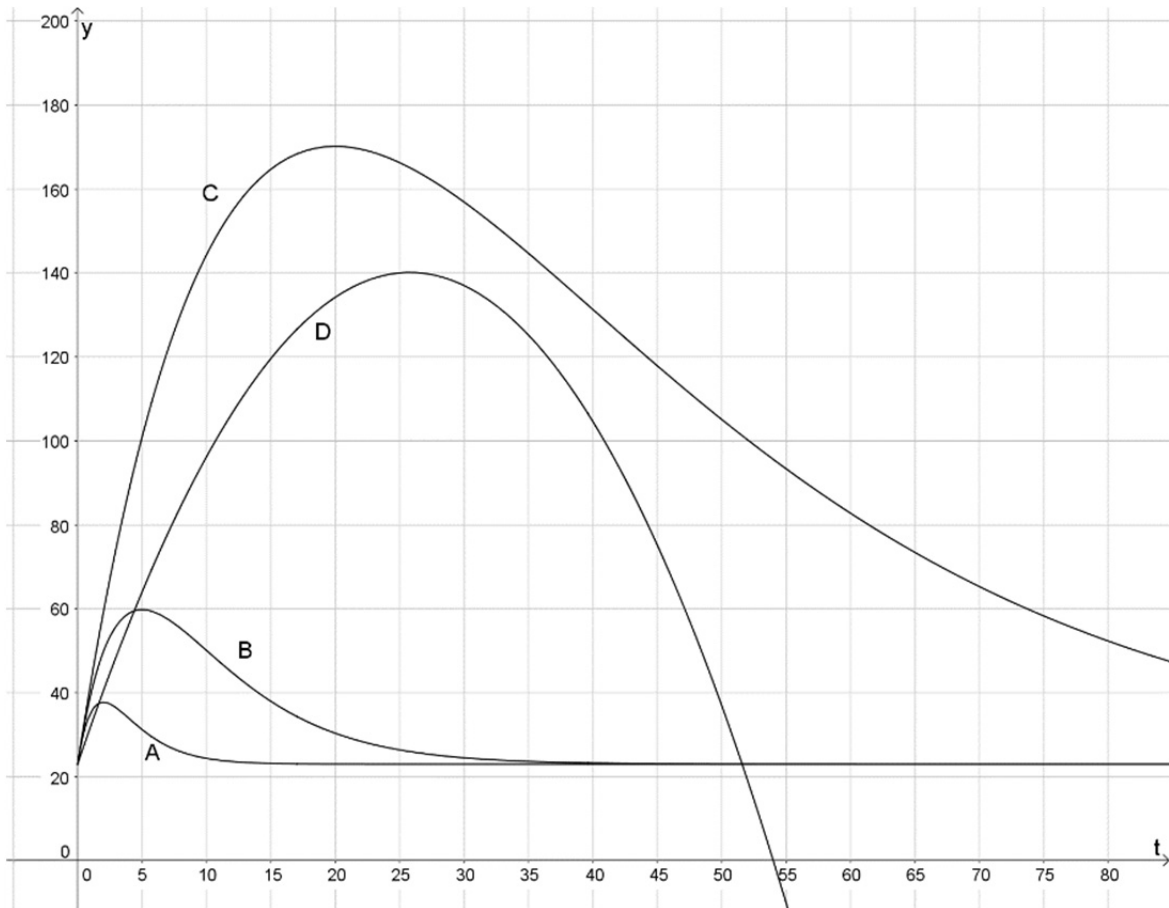


Abbildung 2

- (6) *Begründen Sie, dass der in der *Abbildung* dargestellte Graph D nicht zu einer der Funktionen  $f_k$  gehören kann.*

(4 + 12 + 3 + 5 + 3 + 2 Punkte)



Name: \_\_\_\_\_

b) Betrachtet wird nun ein Vorgang, bei dem die Steuerung des Temperaturverlaufs zwanzig Minuten nach Beginn des Vorgangs abgeschaltet wird. Das anschließende Abkühlen der Flüssigkeit lässt sich für  $t \geq 20$  durch die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $h$  mit

$$h(t) = c + d \cdot e^{-0,065 \cdot t}$$

und  $c, d \in \mathbb{R}$  beschreiben.

Zu Beginn des Abkühlens soll die Temperatur  $77^\circ\text{C}$  und die momentane Änderungsrate der Temperatur  $-3,5^\circ\text{C}$  pro Minute betragen.

(1) *Bestimmen Sie passende Werte von  $c$  und  $d$ .*

(2) *Ermitteln Sie für diese Phase des Abkühlens im Intervall  $[20; 80]$  denjenigen Zeitpunkt, für den die Werte der Funktion  $f$  und der Funktion  $h$  mit  $c = 23,15$  und  $d = 197,58$  am stärksten voneinander abweichen.*

*Geben Sie die zugehörige Abweichung an.*

(6 + 5 Punkte)

**Zugelassene Hilfsmittel:**

- GTR (Graphikfähiger Taschenrechner)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung